CONSEJO
FISCAL
AUTÓNOMO

# Solución fiscal óptima bajo una cláusula de escape

7/2025

Nota de Estudios N° 7

Autor:
Mario Arend

# Solución Fiscal Óptima Bajo una Cláusula de Escape

## Nota de Estudios N°7, CFA

Mario Arend*

Julio 2025

## Introducción

La siguiente nota presenta un modelo de política fiscal óptima con cláusula de escape para el gasto fiscal, en el cual el gobierno apoya el bienestar de los consumidores suavizando su consumo en periodos de crisis. Así, el modelo considera dos escenarios para el gasto fiscal: uno en tiempos “normales” y otro en tiempos de crisis, cuando se requiere un mayor gasto público para ayudar a suavizar el consumo privado.

En el primer escenario, de tiempos “normales”, se asume que el gasto público sigue una regla fiscal acíclica de balance estructural. Esta regla se representa mediante la siguiente ecuación:

$$G_t = I^* - SB_t \tag{1}$$

Donde $G_t$ representa el gasto público, $I^*$ corresponde a los ingresos estructurales, y $SB_t$ es la meta de balance estructural del gobierno.

En el segundo escenario, correspondiente a tiempos de crisis -por ejemplo, cuando hay un crecimiento negativo y una brecha de producto significativamente negativa-, el gobierno recurre a una cláusula de escape con el fin de contribuir a la suavización del consumo privado.

A continuación, se formaliza una cláusula de escape para tiempos de crisis, en los cuales el gasto fiscal se torna contracíclico. El modelo ofrece una solución simple e intuitiva para el gasto fiscal en tiempos de crisis (la ecuación 2 es una aproximación de la ecuación 32, que se presenta más adelante), que puede utilizarse como cláusula de escape:

$$G_t \approx -\omega\,(1-\tau^O) g_t^R Y_t + \dddot{G}_t \tag{2}$$

Aquí, $\omega$ es un parámetro de ajuste contracíclico, $\tau^O$ representa la carga tributaria efectiva como porcentaje del ingreso total que los hogares destinan al pago de impuestos, $g_t^R$ es la tasa de crecimiento del producto real, y $Y_t$ corresponde al nivel de producto nominal. El término $\dddot{G}_t$ representa un componente adicional que se definirá más adelante.

*Gerente de Estudios del Consejo Fiscal Autónomo de Chile (CFA). Email: marend@cfachile.cl

De acuerdo a esta solución, si el valor de $-\omega \cdot (1-\tau^O)$ se encuentra en el rango [1,5 ; 2,5], una caída del producto real de 1 % sería contrarrestada -en su valor medio- con un aumento del gasto público de 2 puntos porcentuales del PIB, con el fin de suavizar el consumo en el contexto de una cláusula de escape.

# Formalización de la cláusula de escape

En este modelo se asume que el planificador central optimiza la ecuación de Euler del consumidor con el fin de ayudar a suavizar el consumo privado. Cabe señalar que la mayoría de los problemas de optimización del planificador central en la literatura se resuelven directamente optimizando el problema del consumidor. Se observa que el enfoque utilizado en este trabajo proporciona un resultado más cercano al comportamiento efectivo observado del gasto público en tiempos de crisis, cuando dicho gasto se vuelve contracíclico, lo que permite utilizarlo como una cláusula de escape.

En este modelo, considerando un problema estándar de optimización del consumidor que da origen a la ecuación de Euler, se plantea que el gobierno interviene mediante transferencias para facilitar que dicha suavización del consumo tenga lugar.

El primer paso para derivar el gasto público consiste en obtener la ecuación de Euler estándar para el consumo, la cual surge del problema de optimización del consumidor. Se asume que el gobierno toma esta solución como base para su propio proceso de optimización.

# Problema estándar de optimización del consumidor

Como es sabido, el problema de optimización del consumo se plantea de la siguiente manera:

$$\max_{\{C_t\}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(C_t) \tag{3}$$

Sujeto a las siguientes restricciones:

$$C_t = Y_t^D + A_t^C - S_t \tag{4}$$

$$A_{t+1}^C = (1+i_t) S_t \tag{5}$$

Donde $C_t$ es el consumo privado, $Y_t^D$ corresponde al ingreso disponible de los consumidores, $A_t^C$ representa los activos de los consumidores, $S_t$ es el ahorro, y $i_t$ es la tasa de interés de dichos activos (que por simplicidad se asume como la única tasa de interés en la economía).

La solución a este problema se obtiene mediante la optimización de la ecuación de Bellman, que se expresa de la siguiente forma:

$$v(A_t^C) = \max_{S_t} \left[ U(Y_t^D + A_t^C - S_t) + \beta v((1+i_t)S_t) \right] \tag{6}$$

De la condición de primer orden con respecto a $S_t$ se obtiene:

$$-U'(Y_t^D + A_t^C - S_t) + \beta(1 + i_t)v'((1 + i_t)S_t) = 0 \tag{7}$$

Y de la condición de la envolvente respecto de $A_t^C$, se deriva:

$$v'(A_t^C) = U'(Y_t^D + A_t^C - S_t) \tag{8}$$

Dado que la condición de primer orden respecto del ahorro $S_t$ se cumple en todo momento, y considerando la condición de la envolvente, se obtiene la ecuación de Euler para la suavización del consumo:

$$U'(C_t) = \beta(1 + i_t)U'(C_{t+1}) \tag{9}$$

Cuando se considera una función de utilidad cardinal de la forma $U(C_t) = \frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma}$, se puede reescribir la solución de la siguiente manera:

$$C_{t+1} = [\beta(1 + i)]^{1/\sigma} C_t \tag{10}$$

Lo que se puede expresar como:

$$C_{t+1} = \psi C_t \tag{11}$$

donde $\psi = [\beta(1 + i)]^{1/\sigma}$, con el fin de simplificar la simbología en lo que resta del modelo.

Esta última ecuación de suavización del consumo es la que se busca apoyar mediante transferencias a los consumidores en tiempos de crisis, a través de una cláusula de escape.

# Problema de optimización del gobierno

El siguiente paso para derivar el gasto público consiste en resolver el problema de optimización del sector público, en el cual el planificador central busca maximizar la función objetivo:

$$\max_{\{C_t\}} \mathbb{E}_0 \left( \sum_{t=0}^{\infty} -F(C_t - \psi C_{t-1}) \right), \quad \left\{ t \in \mathbb{N} \mid g_t^R < g^R, \frac{Y_t^R - Y_t^*}{Y_t^*} < \gamma \right\} \tag{12}$$

Sujeto a las siguientes restricciones:

$$C_t = Y_t^D + A_t^C - S_t \tag{13}$$

$$Y_t^D = Tr_t + Y_t^O \tag{14}$$

$$Y_t^O = (1 - \tau^O)Y_t \tag{15}$$

$$D_{t+1}^G = (1 + i)D_t^G - I_t + G_t \tag{16}$$

$$G_t = Tr_t + O_t \tag{17}$$

$$X_t = C_{t-1} \tag{18}$$

Nótese que la condición $g_t^R < g^R$ y $\frac{Y_t^R - Y_t^*}{Y_t^*} < \gamma$ describe una situación de crisis.

Donde $g_t^R$ es la tasa de crecimiento real de la economía, $g^R$ es un umbral de crecimiento económico real, $\gamma$ es un umbral para la brecha del producto, $Y_t^R$ representa el producto real y $Y_t^*$ corresponde al producto potencial de la economía. $Tr_t$ representa las transferencias del gobierno a los consumidores (parte del gasto público), $Y_t^O$ corresponde a los ingresos de los consumidores que provienen del producto, $O_t$ es el gasto público distinto de transferencias, $\tau^O$ representa la carga tributaria efectiva como porcentaje del ingreso total que los hogares destinan al pago de impuestos, y $X_t$ es una variable de estado que será útil para resolver el problema mediante una ecuación de Bellman. Además, $I_t$ representa los ingresos fiscales netos de intereses, y $G_t$ el gasto público neto de intereses.

Se utiliza la restricción presupuestaria intertemporal del gobierno, donde $D_t^G$ representa la deuda neta del gobierno. La ecuación de Bellman se presenta a continuación:

$$v(X_t; D_t^G) = \max_{\{C_t\}} -F(C_t - \psi C_{t-1}) + \mathbb{E}_t \left[ v(C_t; (1+i) D_t^G - I_t + C_t + O_t - Y_t^O - A_t^C + S_t) \right] \tag{19}$$

De la condición de primer orden con respecto al consumo se obtiene:

$$-F'(C_t - \psi C_{t-1}) + \mathbb{E}_t \left[ v_1(C_t; D_{t+1}^G) + v_2(C_t; D_{t+1}^G) \right] = 0 \tag{20}$$

De la condición de envolvente para $X_t$ se obtiene:

$$v_1(X_t; D_t^G) = \psi F'(C_t - \psi C_{t-1}) \tag{21}$$

De la condición de envolvente para $D_t^G$ se obtiene:

$$v_2(X_t; D_t^G) = (1+i)\, \mathbb{E}_t \left[ v_2(C_t; D_{t+1}^G) \right] \tag{22}$$

Utilizando la definición $X_t = C_{t-1}$, la condición de primer orden se puede reescribir como:

$$-F'(C_t - \psi C_{t-1}) + \mathbb{E}_t \left[ v_1(X_{t+1}; D_{t+1}^G) + v_2(X_{t+1}; D_{t+1}^G) \right] = 0 \tag{23}$$

Dado que la condición de envolvente para $X_t$ se cumple en todo momento, se tiene que:

$$\mathbb{E}_t \left[ v_1(X_{t+1}; D_{t+1}^G) \right] = \psi \mathbb{E}_t \left[ F'(C_{t+1} - \psi C_t) \right] \tag{24}$$

Reemplazando esta ecuación en la condición de primer orden se obtiene:

$$F'(C_t - \psi C_{t-1}) - \psi \mathbb{E}_t \left[ F'(C_{t+1} - \psi C_t) \right] = \mathbb{E}_t \left[ v_2(X_{t+1}; D_{t+1}^G) \right] \tag{25}$$

Utilizando esta ecuación y su versión rezagada, junto con la condición envolvente para $D_t^G$, se obtiene:

$$F'(C_{t-1} - \psi C_{t-2}) - \psi F'(C_t - \psi C_{t-1}) = (1+i) \left[ F'(C_t - \psi C_{t-1}) - \psi \mathbb{E}_t F'(C_{t+1} - \psi C_t) \right] \tag{26}$$

Finalmente, al considerar la función cardinal del planificador

$$F(C_t - \psi C_{t-1}) = (C_t - \psi C_{t-1})^2, \qquad \psi = [\beta(1+i)]^{1/\sigma},$$

se plantea que la dinámica de la brecha de consumo puede ser representada mediante un proceso autorregresivo de segundo orden en diferencias, restringido a los dos primeros rezagos[1], según la siguiente expresión funcional:

$$C_{t+1} - C_t = \theta\, C_t - \lambda\, C_{t-1} \tag{27}$$

con coeficientes (ver Anexo)

$$\theta = \frac{1 + i - \psi - i\psi}{\psi(1+i)}, \qquad \lambda = 1 - \psi^2.$$

Además, se define $\mu_t \equiv C_{t+1} - (1+\theta)C_t = -\lambda\, C_{t-1}$.

Combinando la identidad de consumo privado (13) y su descomposición en ingreso disponible (14), puede re-expresarse la solución del problema del planificador de la siguiente manera:

$$Tr_{t+1} - Tr_t = -\left[Y^O_{t+1} - (1+\theta)Y^O_t\right] + \left[S_{t+1} - (1+\theta)S_t\right] - \left[A^C_{t+1} - (1+\theta)A^C_t\right] + \theta\, Tr_t + \mu_t \tag{28}$$

Asumiendo que el ingreso disponible crece a una tasa nominal constante $g^*$, de modo que $Y^O_{t+1} = (1+g^*)Y^O_t$, la identidad $Y^O_{t+1} - (1+\theta)Y^O_t = \omega\,(Y^O_{t+1} - Y^O_t)$ conduce directamente a

$$\omega = \frac{g^* - \theta}{g^*}.$$

Con esta definición, la restricción $Y^O_t = (1-\tau^O)Y_t$, y junto con la siguiente definición

$$\alpha + \acute{\varepsilon}_{t+1} = \left[S_{t+1} - (1+\theta)S_t\right] - \left[A^C_{t+1} - (1+\theta)A^C_t\right] + \theta\, Tr_t + \mu_t$$

la ecuación de las transferencias del gobierno queda:

$$Tr_{t+1} - Tr_t = -\omega\,(1-\tau^O)\,[Y_{t+1} - Y_t] + \alpha + \acute{\varepsilon}_{t+1} \tag{29}$$

Usando la restricción de definición del gasto público (17), $G_t = Tr_t + O_t$, y tomando diferencias, se obtiene:

$$G_{t+1} - G_t = -\omega\,(1-\tau^O)\,[Y_{t+1} - Y_t] + O_{t+1} - O_t + \alpha + \acute{\varepsilon}_{t+1} \tag{30}$$

Podemos reescribir esta ecuación dividiendo ambos lados por $Y_{t+1}$; y, para simplificar la notación, definir

[1] Se opta por restringir el proceso a los dos primeros rezagos con el fin de evitar una dinámica de suavizamiento excesivamente persistente, lo cual permite capturar adecuadamente la inercia intertemporal sin comprometer la capacidad de respuesta del modelo ante perturbaciones.

$$\ddot{v}_{t+1} \equiv \frac{O_{t+1}}{Y_{t+1}} - \frac{O_t}{Y_{t+1}} + \frac{\alpha}{Y_{t+1}} + \frac{\acute{\varepsilon}_{t+1}}{Y_{t+1}},$$

con lo cual se obtiene:

$$\frac{G_{t+1}}{Y_{t+1}} - \frac{G_t}{Y_{t+1}} = -\omega\,(1-\tau^O)\left(\frac{g_{t+1}}{1+g_{t+1}}\right) + \ddot{v}_{t+1} \tag{31}$$

Finalmente, al multiplicar la ecuación (31) por $Y_{t+1}$, retroceder un periodo (esto es, sustituir t+1 por t y agrupar los términos rezagados y residuales en

$$\dddot{G}_t \equiv \Big[(O_t - O_{t-1})/Y_t + \alpha/Y_t + \acute{\varepsilon}_t/Y_t + G_{t-1}/Y_t + \omega\,(1-\tau^O)\big(\pi_t/(1+g_t)\big)\Big]\,Y_t,$$

donde $g_t^R \equiv (Y_t^R - Y_{t-1}^R)/Y_{t-1}^R$ es la tasa de crecimiento real del producto y $\pi_t \equiv (P_t - P_{t-1})/P_{t-1}$ la tasa de inflación entre $t-1$ y $t$ (nótese que $g_t = (1+\pi_t)(1+g_t^R) - 1$), la expresión resultante para el periodo $t$ queda como:

$$G_t = -\omega\,(1-\tau^O)\left(\frac{g_t^R}{1+g_t^R}\right) Y_t + \dddot{G}_t. \tag{32}$$

Debe señalarse que la solución al problema entrega un gasto público contracíclico, lo que constituye la denominada cláusula de escape, es decir, mayor gasto público en una situación de crisis.

El valor del término $-\omega \cdot (1-\tau^O)$, que mide la intensidad de la respuesta del gasto público durante episodios de cláusula de escape, presenta valores plausibles para Chile en el intervalo [1,9 ; 2,4][2] al suponer una tasa de interés nominal $i = 0{,}04$ y un crecimiento nominal tendencial del PIB $g^* = 0{,}05$ ( 2 % real + 3 % inflación). Tres combinaciones representativas —baja, media y alta intensidad fiscal— se resumen en el Cuadro 1.

Cuadro 1: Calibración de $\kappa = -\omega(1-\tau^O)$ con distintos grados de intensidad fiscal

| Escenario | $\beta$ | $\sigma$ | $\tau^O$ | $\psi$ | $\theta$ | $\kappa$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Baja intensidad | 0,89 | 0,60 | 0,16 | 0,879 | 0,138 | 1,5 |
| Media intensidad | 0,884 | 0,55 | 0,14 | 0,858 | 0,165 | 2,0 |
| Alta intensidad | 0,880 | 0,50 | 0.12 | 0,838 | 0,194 | 2,5 |

*Notas:* $\psi = [\beta(1+i)]^{1/\sigma}$, $\theta = \frac{1+i-\psi-i\psi}{\psi(1+i)}$, $\omega = (g^* - \theta)/g^*$, $\kappa = -\omega(1-\tau^O)$.

Los resultados para $-\omega \cdot (1-\tau^O)$ sugieren que, ante una crisis que implique una caída del producto real de 1 %, el gasto público se incrementaría en un rango de [1,5 ; 2,5] puntos porcentuales del PIB (pp), con el objetivo de suavizar el consumo privado en el marco de

[2] Rango utilizado de los parámetros: (i) carga tributaria efectiva de los hogares en 12–16 % del ingreso disponible (IVA + impuesto a la renta); (ii) un factor de descuento intertemporal $\beta \in [0{,}88; 0{,}89]$; y (iii) una elasticidad intertemporal de sustitución $1/\sigma$ en 1,7–2,0, es decir $\sigma \in [0,50; 0,60]$.

una cláusula de escape. Como referencia empírica, durante la crisis financiera global de 2009, el PIB real se contrajo en 1,1 %, y el gasto público como porcentaje del PIB se elevó 3,2pp. Por su parte, en 2020, en el contexto de la pandemia, la economía chilena experimentó una caída del PIB de 6,1 %, frente a la cual el gobierno implementó un impulso de gasto público de 2,6pp, seguido por un aumento adicional de 4,6pp en 2021, lo que en conjunto representó un incremento total de 7,2pp del gasto público.

# Anexo: Derivación analítica de los coeficientes $\theta$ y $\lambda$

A partir de la condición de Euler estándar que surge del problema de optimización intertemporal del consumidor con utilidad CRRA,

$$U'(C_t) = \beta(1+i)\, U'(C_{t+1}) \quad \Rightarrow \quad C_{t+1} = \psi\, C_t, \qquad \psi = \big[\beta(1+i)\big]^{1/\sigma}, \tag{A.1}$$

cumpliéndose que

$$C_{t-1} = \frac{C_t}{\psi}.$$

Suponemos que la brecha de consumo puede representarse mediante una ecuación autorregresiva de primer orden en diferencias:

$$C_{t+1} - C_t = \theta\, C_t - \lambda\, C_{t-1}. \tag{A.2}$$

Reemplazando $C_{t+1} = \psi\, C_t$ y $C_{t-1} = C_t/\psi$ se obtiene

$$(\psi - 1)\, C_t = \theta\, C_t - \lambda\, \frac{C_t}{\psi}.$$

Dividiendo ambos lados por $C_t \neq 0$ se llega a la identidad

$$\psi - 1 = \theta - \frac{\lambda}{\psi}. \tag{A.3}$$

Para expresar $\theta$ y $\lambda$ como funciones racionales sencillas de $\psi$, se asume la siguiente relación, que mantiene la serie estacionaria y garantiza que la raíz de la ecuación característica coincida con la tasa de crecimiento $\psi$:

$$\lambda = 1 - \psi^2. \tag{A.4}$$

Insertando este valor en la ecuación anterior se obtiene:

$$\theta = \psi - 1 + \frac{1-\psi^2}{\psi} = \frac{1-\psi}{\psi}.$$

Multiplicando numerador y denominador por $(1+i)$ se deduce la expresión estándar:

$$\theta = \frac{1 + i - \psi - i\psi}{\psi(1+i)}. \tag{A.5}$$

Los coeficientes que caracterizan la ecuación de brecha de consumo de primer orden son, por tanto:

$$C_{t+1} - C_t = \theta\, C_t - \lambda\, C_{t-1}, \qquad \theta = \frac{1 + i - \psi - i\psi}{\psi(1+i)}, \qquad \lambda = 1 - \psi^2. \tag{A.6}$$

CONSEJO
FISCAL
AUTÓNOMO

# Solución fiscal óptima bajo una cláusula de Escape